

Programme de colle – MP2I

1. Logique, quantificateur, raisonnements

Extrait du programme officiel :

Le programme se limite strictement aux notions de base figurant ci-dessous. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviation est exclu.
Implication, contraposition, équivalence.	Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.
Modes de raisonnement : par disjonction des cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.	Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante.
Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).	On pourra relier le raisonnement par récurrence au fait que toute partie non vide de \mathbb{N} possède un plus petit élément. Toute construction et toute axiomatique de \mathbb{N} sont hors programme.

b) Ensembles

Ensemble, appartenance. Ensemble vide.	
Inclusion. Partie (ou sous-ensemble).	
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, complémentaire.	Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A$, \bar{A} et A^c pour le complémentaire.
Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.	
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathcal{P}(E)$.
Recouvrement disjoint, partition.	

2. Calculs algébriques (début)

Extrait du programme officiel :

Contenus	Capacités & commentaires
c) Inégalités	
Relation d'ordre sur \mathbb{R} . Compatibilité avec les opérations. Intervalles de \mathbb{R} .	Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients. Utilisation de factorisations et de tableaux de signes. Résolution d'inéquations.
Valeur absolue. Inégalité triangulaire.	Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type $ x - a \leq b$.
Dans \mathbb{R} , parties majorées, minorées, bornées.	
Majorant, minorant ; maximum, minimum.	
Partie entière d'un nombre réel.	Notation $\lfloor x \rfloor$.

Partie entière au programme la semaine prochaine.

Résolution d'équations ou d'inéquations faisant intervenir des racines carrées.

Semaine prochaine : Calculs algébriques (sommes, produits, coefficients binomiaux, systèmes linéaires).

Questions de cours :

Demander quelques lettres de l'alphabet grec, minuscules et/ou majuscules.

- (i) Traduction de l'implication à l'aide de la disjonction, négation d'une implication. Savoir expliquer pourquoi il n'est pas possible d'échanger deux quantificateurs de nature différente.
- (ii) Expliquer les raisonnements par l'absurde et la contraposée (sur quelles propriétés reposent-ils), et montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- (iii) Montrer par analyse-synthèse que toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se décompose de manière unique en $f = g + h$ avec g paire et h impaire.
- (iv) Donner, au choix du colleur, l'énoncé du raisonnement par récurrence simple, multiple ou forte et en démontrer la validité en utilisant le principe de récurrence sur \mathbb{N} pour le premier, une récurrence simple pour les deux autres.
- (v) Double inégalité triangulaire réelle (avec cas d'égalité habituel).