Programme de colle – MP2I

1. Calculs algébriques

Extrait du programme officiel :

Contenus	Capacités & commentaires
b) Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot	
Système linéaire à coefficients réels de deux ou trois équations à deux ou trois inconnues.	Interprétation géométrique : intersection de droites dans $\mathbb{R}^2$, de plans dans $\mathbb{R}^3$.
Algorithme du pivot et mise en évidence des opérations élémentaires.	Notations $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ $(\lambda \neq 0)$, $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.
d) Trigonométrie	
Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.	
Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.	Notation $a \equiv b\ [2\pi]$.
Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$. Cosinus et sinus des angles usuels.	Les étudiants doivent savoir retrouver ces résultats et résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples en s'aidant du cercle trigonométrique.
Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier des formules de duplication : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.	On présente une justification géométrique de l'une de ces formules. Les étudiants doivent savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a)\cos(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, $\sin(a)\sin(b)$.
Fonctions circulaires cosinus et sinus.	On justifie les formules donnant les fonctions dérivées de sinus et cosinus vues en classe de terminale.
Pour $x \in \mathbb{R}$, inégalité $\lvert\sin(x)\rvert \leqslant \lvert x\rvert$.	
Fonction tangente.	Notation $\tan$. Dérivée, variations, représentation graphique.
Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels.	Interprétation sur le cercle trigonométrique.
Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.	Les étudiants doivent savoir retrouver l'expression de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ en fonction de $\tan(t/2)$.

2. Nombres complexes (début)

Extrait du programme officiel :

Contenus	Capacités & commentaires
a) Nombres complexes	
Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.	La construction de $\mathbb{C}$ est hors programme.
Brève extension du calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x^k$, de la factorisation de $a^n - b^n$, de la formule du binôme.	
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct (« plan complexe »).
b) Conjugaison et module	
Conjugaison, compatibilité avec les opérations. Module.	Image du conjugué dans le plan complexe. Interprétation géométrique de $\lvert z - z'\rvert$, cercles et disques.
Relation $\lvert z\rvert^2 = z\overline{z}$, module d'un produit, d'un quotient.	
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	
c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie	
Identification du cercle trigonométrique et de l'ensemble des nombres complexes de module 1. Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$ pour $t \in \mathbb{R}$.	Notation $\mathbb{U}$.
Exponentielle d'une somme.	
Formules d'Euler. Technique de l'angle moitié : factorisation de $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$, de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p} \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$.	Les étudiants doivent savoir retrouver les formules donnant $\cos(p) \pm \cos(q), \sin(p) \pm \sin(q)$.
	Linéarisation, calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(kt)$ et de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(kt)$.
Formule de Moivre.	Les étudiants doivent savoir retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos t$ et $\sin t$.
d) Forme trigonométrique	
Forme trigonométrique $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ $(r > 0)$ d'un nombre complexe non nul. Arguments. Arguments d'un produit, d'un quotient.	
Transformation de $a\cos t + b\sin t$ en $A\cos(t - \varphi)$.	

Semaine prochaine : Nombres complexes, calculs en analyse.

Questions de cours :

(i) Double inégalité triangulaire sur $\mathbb{R}$ avec cas d'égalité.

(ii) Toute fonction se décompose de manière unique en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

(iii) Preuve géométrique des formules d'addition $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$.

(iv) Preuve géométrique de $\dfrac{\sin x}{x} \xrightarrow[x \to 0]{} 1$. On en déduit la dérivabilité et la dérivée de $\sin$.

(v) Formulaire de trigonométrie (circulaire) avec quelques preuves (choisies par le colleur).

(vi) Inégalités triangulaires sur $\mathbb{C}$ avec cas d'égalité.

(vii) Propriétés du conjugué et du module.

(viii) Calcul et simplification, au choix de l'interrogateur, de

- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(a+kb)$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(a+kb)$,
- $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(a+kb)$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(a+kb)$,