

## Programme de colle – MP2I

### Fonctions usuelles

Extrait du programme officiel :

Contenus Capacités & commentaires

#### Fonctions usuelles

Fonctions circulaires réciproques Arcsin, Arc-cos, Arctan.	Dérivée, variations, représentation graphique.
Fonctions hyperboliques sh, ch, th.	Dérivée, variations, représentation graphique. Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme. La seule formule exigible est $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$ .

### Calculs de primitives

Extrait du programme officiel :

Contenus Capacités & commentaires

#### Calcul de primitives

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Lien entre intégrales et primitives.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

On rappelle sans démonstration que, pour une fonction continue  $f$ ,  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  a pour dérivée  $f$ .

On pourra noter  $\int^x f(t) dt$  une primitive générale de  $f$ .

Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.

Primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour  $\lambda \in \mathbb{C}$ , application aux primitives de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ .

Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques, et des fonctions  $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type  $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$  et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Intégration par parties, changement de variable.

Pour les applications pratiques, on ne demande pas de rappeler les hypothèses de régularité.

- Les étudiants doivent savoir trouver les bons changements de variables en appliquant les règles usuelles (Bioche, fonctions rationnelles avec radicaux...),
- Aucune théorie n'est faite pour le moment sur la décomposition en éléments simples (donner la forme) mais les étudiants savent s'en sortir sur des cas simples.
- Rien n'a été vu pour le moment sur les techniques de majoration d'intégrales.

### Questions de cours :

- Formulaire de trigonométrie avec quelques preuves.
- Formulaires de dérivées et primitives usuelles.
- Croissances comparées (dont les limites de type  $xe^x$ ,  $e^x/x$ ,  $x \ln x$ ,  $\ln x/x$ .)
- Définition + propriétés + graphe de (ch et sh et th) **ou** Arccos **ou** Arcsin **ou** Arctan. (les « **ou** » sont exclusifs mais c'est bien sûr l'interrogateur qui choisit !)
- Énoncé des relations :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \text{Arccos } x + \text{Arcsin } x = \frac{\pi}{2}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^*, \text{Arctan } x + \text{Arctan } \frac{1}{x} = \text{sgn}(x) \frac{\pi}{2}$$

et preuve de l'une d'entre elles (étude de fonction ou trigonométrie, savoir faire les deux).

- Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.
- Intégrales de Wallis (formule de récurrence et expression)
- Calcul d'une intégrale de la forme  $\int \frac{ax + \beta}{ax^2 + bx + c} dx$  où  $b^2 < 4ac$  choisie par l'interrogateur.
- Calcul de  $\int \sqrt{1-x^2} dx$  et  $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ .