Devoir Libre n° 5

Exercice 1 – Fonctions usuelles

1. Une simplification

1.a) Commencer par le fonctions les plus internes. À quoi doivent appartenir $\mathrm{sh}\,x$ et $\mathrm{th}\,x$?

1.b) Après simplification de f', il ne doit plus rester grand chose !

2. Une fonction hyperbolique réciproque

2.a) Utiliser, en soignant bien la rédaction, le théorème de le bijection.

2.b) Une histoire de symétrie.

2.c) Le fameux théorème de dérivée de la réciproque. L'expression de la dérivée est très simple au final. Inspirez-vous de ce qui a été vu en cours pour Arccos et Arcsin.

2.d) Comme la simplification du α dans les calculs de primitive : calculer $\mathrm{sh}\,\alpha$ puis $\mathrm{ch}\,\alpha$ puis e^{α} où $\alpha = \mathrm{Argsh}\,x$...

Exercice 2 – Calculs de primitives et équations différentielles

1. Calculer, sur des intervalles à préciser, les primitives suivantes :

1.a) La méthode habituelle pour faire apparaître du $\ln$ et du Arctan.

1.b) La dernière méthode du cours-td : mise sous forme canonique puis reconnaître une dérivée usuelle ou faire un changement de variable.

1.c) Intégrer par partie puis reconnaître une forme particulière pour inté"grer tangente, et utiliser la première pour calculer la seconde.

1.d) Utiliser les règles de Bioche ou un changement de variable « standard ».

2. La primitive de la question précédente doit apparaître, par exemple dans la variation de la constante.

Exercice 3 – Intégrales de Wallis

Lien entre I_n et J_n

1. Un changement de variable qui inverse les $\cos$ et les $\sin$?

Calcul de I_n et de sa limite

2. Facile.

3. C'est presque du cours !

4. Ça aussi.

5. Utiliser la relation de récurrence.

6. Utiliser la question précédente pour la trouver.

Une autre intégrale

7. Se ramener à une intégrale de Wallis par changement de variable.

Calcul alternatif de I_{2p}

8. Calcul direct.

9. Se déduit de la question précédente, il ne reste plus grand chose.

10. Utiliser Euler et le binôme.

11. Analyser les bornes pour trouver le bon changement de variable, puis utiliser une relation de Chasles.