Des erreurs à corriger

6. $DL_3(0)$ de $(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$

On a $(1+\sin x)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}\ln(1+\sin x)}$

$$\ln(1+\sin x) = \ln\Big(1+\overbrace{x-\frac{x^3}{6}+o(x^4)}^{u\to 0}\Big)$$

$$= u-\frac{u^2}{2}+\frac{u^3}{3}-\frac{u^4}{4}+o(x^4)$$

$$= \left(x-\frac{x^3}{6}\right)-\frac{\left(x^2-\frac{x^4}{3}\right)}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+o(x^4)$$

$$= x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}-\cancel{\frac{5x^3}{2}}+o(x^3)$$

$-1/12$

Donc $e^{\frac{1}{x}\ln(1+\sin x)}$

$$= e^{1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{6}-\frac{1}{12}x^3+o(x^3)}$$

$$= e^1\Big(e^{\underbrace{-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{6}-\frac{x}{12}x^3+o(x^3)}_{u\to x}}\Big)$$

$$= e+eu+\frac{eu^2}{2}+\frac{eu^3}{6}+o(u^3)$$

$$= e+e\left(-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{6}-\frac{x}{12}x^3\right)+\frac{e\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x^3}{6}\right)}{2}+\frac{e\cancel{x}-\frac{x^3}{8}}{3}+o(\ldots)$$

$$\boxed{= e-\frac{ex}{2}+\frac{7ex^2}{24}-\cancel{\frac{x\,3ex^3}{24}}+o(x^3)}$$

$\frac{3}{16}$