

Épreuve écrite de Mathématiques « A »

Concours	Nb cand.	Moyenne	Ecart type	Note la plus basse	Note la plus haute
A BIO	2744	10,27	4,86	0,0	20,0
A ENV	1749	10,49	4,81	0,0	20,0
A PC BIO	866	10,77	4,86	0,0	20,0

I) Remarques d'ordre général

Dans l'ensemble, les candidats ayant eu le temps de traiter en profondeur les deux problèmes sont rares, mais en traiter un seul très bien suffisait à assurer une très bonne note. Beaucoup de copies sont pénalisées par une absence de rigueur dans le raisonnement mathématique et un net manque de compréhension de la nature des objets manipulés.

Lorsque le résultat est donné (ce qui était le cas de beaucoup de questions), il est attendu une explication claire de ce résultat : il ne faut surtout pas se contenter d'une ou deux lignes donnant ce résultat sans aucune justification. De même, il est inutile de bluffer le correcteur et de forcer les calculs afin d'arriver au résultat attendu si on ne sait pas le faire.

Si dans l'ensemble les copies sont propres, rappelons que mettre en valeur le résultat et aérer les copies ne peut qu'aider à sa compréhension. Enfin, déplorons le fait que l'orthographe soit trop souvent négligée, voire carrément délaissée.

II) Problème 1

Ce problème d'algèbre visait à prouver dans le cas d'une matrice 3x3 donnée le résultat général qui affirme qu'une matrice carrée de trace nulle est semblable à une matrice dont les coefficients diagonaux sont nuls. Somme toute assez classique, sa difficulté résidait essentiellement dans sa longueur et dans les nombreux calculs. Si les calculs matriciels demandent beaucoup de temps, le barème en tient évidemment compte. Si la partie 1 était très classique et a globalement bien été traitée (à part les erreurs de calcul), la partie 2 était moins classique et a dérouté bon nombre de candidats. Dans la partie 3, il était attendu des candidats d'avoir calculé précédemment les valeurs exactes de $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda, \mu$.

1. Cette partie était ultra-classique et a globalement été bien traitée, malgré de fréquentes erreurs de calcul. Il fallait toutefois penser à prendre en compte le $\frac{1}{2}$ dans la matrice A. Certains candidats ont d'ailleurs pensé à faire le calcul pour 2A et à diviser les valeurs propres par 2 après (ce qu'il faut tout de même justifier). À moins d'être absolument sûr de ses calculs, mieux vaut vérifier au brouillon que les vecteurs propres obtenus en sont bien, cela éviterait de nombreuses erreurs. Comme il n'y avait que deux valeurs propres pour un espace de dimension 3, le fait de vérifier que -1 et 2 étaient valeurs propres ne suffisait pas pour conclure, il fallait absolument faire le calcul. Dans la méthode du pivot il faut

absolument écrire clairement les opérations effectuées et s'assurer que celles-ci sont licites. Enfin, dans la dernière question l'argument clé était qu'on obtenait bien une base de E par juxtaposition de bases des sous-espaces propres.

2.
 - 1.1 Probablement la question la plus traitée du problème, la plupart du temps de manière correcte. Toutefois, quelques candidats évoquent la commutativité de la loi de composition alors qu'il s'agissait ici de son associativité.
 - 1.2 Sachant qu'il existait λ tel que $v(\vec{e}_1) = \lambda \vec{e}_1$ il fallait que justifier que \vec{e}_1 était non nul, λ pouvait être nul (0 peut être valeur propre).
 - 1.3 De manière étrange, il a souvent été compris que $v(\vec{x})$ était vecteur propre de u alors que le raisonnement similaire pour $v(\vec{e}_1)$ a rarement été fait.
 - 2.2 Souvent bien traitée (-2 n'a pas de racine carrée), cette question n'est pas toujours très bien rédigée et montre une mauvaise compréhension du raisonnement par l'absurde.
3.
 - 1.1 Il fallait bien penser à prendre en compte le facteur $\frac{1}{2}$, mais à part ça cette question n'a pas semblé poser de problèmes.
 - 1.2 Là où il était demandé une condition nécessaire et suffisante, beaucoup se contentent de ne prouver qu'une seule des deux implications. Attention à ne pas abuser du signe \Leftrightarrow quand il n'est pas justifié. Notons toutefois que se contenter de dire (sans preuve) qu'une famille est libre et génératrice ne constitue sûrement pas une démonstration du fait que c'est une base.
 - 1.3 Beaucoup de candidats qui avaient réussi à prouver le critère donné dans la question précédente n'ont pas pensé à le réutiliser ici, perdant ainsi du temps à refaire tous les calculs (généralement sans problèmes).
 - 1.4 La matrice de passage a souvent bien été donnée, le calcul de son inverse et le changement de base ont parfois donné lieu à des erreurs de calcul, mais pas dans la majorité des cas. Notons toutefois que lors d'un produit de trois matrices, s'il est plus facile de disposer les matrices d'une certaine façon pour faire les calculs, le résultat doit apparaître clairement, ce n'est pas au correcteur de deviner laquelle parmi cinq ou six matrices est la bonne.
 - 3.2 et 3.3 Les candidats arrivés jusqu'ici avaient déjà montré auparavant qu'ils maîtrisaient toutes les techniques nécessaires, donc à quelques (rares) erreurs de calcul près, ces questions ont été bien traitées.
 - 3.4 Là aussi, la question est très souvent bien traitée, et les candidats ayant fait des erreurs de calcul auparavant s'en sont souvent rendu compte ici.

III) Problème 2

Ce problème d'analyse avait pour but d'obtenir un développement asymptotique des sommes de Riemann, puis de l'appliquer dans un cas particulier. Plus rarement traité en profondeur en raison de la longueur du premier problème, celui-ci n'a souvent été qu'effleuré, donnant lieu à de très nombreuses imprécisions, notamment dans la seconde partie où les résultats attendus étaient donnés dans l'énoncé.

Alors qu'il était rappelé dans l'intitulé de l'exercice qu'il s'agissait de sommes de Riemann, plus de la moitié des candidats pensent que celles-ci convergent vers 0.

1.
 - 1.1 Cette question a été abordée dans plus de la moitié des copies souvent de manière correcte. Il fallait toutefois être vigilant aux bornes, raison pour laquelle il vaut mieux privilégier une boucle for à une boucle while. L'algorithme pouvait aussi bien être donné en Matlab, en Scilab ou en pseudo-langage. Le point important était la boucle, quelques candidats s'embarrassent de commandes visant à vérifier si n est un entier