(11) 1_ cf cours.

2_ A inversible

a)

$$\begin{pmatrix} A & (0) \\ C & D - CA^{-1}B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n & A^{-1}B \\ (0) & I_p \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = M$$

$$\det M = \underbrace{\begin{vmatrix} A & (0) \\ C & D - CA^{-1}B \end{vmatrix}}_{\text{triangulaires par blocs}} \times \underbrace{\begin{vmatrix} I_n & A^{-1}B \\ (0) & I_p \end{vmatrix}}$$

$$= \det A \times \det (D - CA^{-1}B) \times 1.$$

$$\cancel{= \det (AD - ACA^{-1}B)}$$

b) $n = p$

$$\det M = \det (AD - ACA^{-1}B)$$

- $AC = CA$ donc

$$\det M = \det (AD - CAA^{-1}B)$$
$$= \det (AD - CB).$$

- Si $AB = BA$,

$$\det M = \det (D - CA^{-1}B) \det A$$
$$= \det (DA - CA^{-1}BA) = \det (DA - CB).$$